



MIN
K U B
I K 9

INNEHÅLL



9. STATISTIK

1. Repetition	8
2. Kalkylprogram	10
3. Statistik	14
4. Stapeldiagram	18
5. Linjediagram	22
6. Statistik och verklighet	24
7. Cirkeldiagram	26
8. TEMA: Matematik och media	28
9. Medeltal och typvärde	30
10. Median och spridning	32
11. Forskningsmetoder	34
12. Repetition	36
13. Programmering	38
14. TEMA: Vi finländare	48
15. TEMA: Människan	50
16. TEMA: Människan och naturen	52
17. TEMA: Böcker och musik	54
18. TEMA: Valmatematik	56
19. Statistiska undersökningar	58
Tilläggsuppgifter	176
Hemuppgifter	210
Facit	239

FLEXUPPGIFTER

1. En tidlös kalender	172
2. Gamla enheter	173
3. Komplementhändelser	174



10. TRIGONOMETRI OCH RYMDGEOMETRI

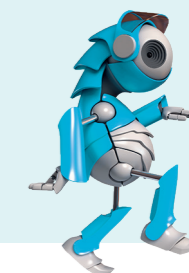
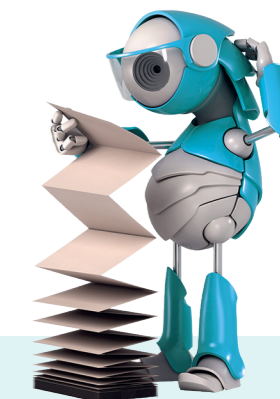
1. Rätvinklig triangel	62
2. Trigonometriska funktioner	66
3. Beräkna längden av en sida	70
4. Beräkna storleken av en vinkel	74
5. Beräkningar med trianglar	78
6. Repetition	80
7. Plangeometri	82
8. Volym	84
9. Prisma	88
10. Cylinder	92
11. Kon	96
12. Pyramid	100
13. Klot	104
14. Tillämpningar	108
15. Repetition	110
Tilläggsuppgifter	188
Hemuppgifter	221
Facit	246

11a SANNOLIKHET

1. Matematisk härledning	114
2. På hur många sätt?	118
3. Klassisk sannolikhetslära	122
4. Empirisk sannolikhet	126
5. Upprepade försök	130
6. TEMA: Trafikmatematik	134
7. TEMA: Spelmatematik	136
8. Repetition	138
Tilläggsuppgifter	202
Hemuppgifter	233
Facit	250

11b NIO ÅR MED MATEMATIK

Grundläggande räkneoperationer	142
Beteckningar	144
Potens och kvadratrot	144
Polynom	145
Procent	146
Ekvation och olikhet	148
Ekvationssystem	150
Trigonometri och geometri	151
Funktion	154
Statistik och sannolikhet	156
Övningstester	159
Facit till övningstester	253



3. Statistik

Informationstekniken har förbättrat möjligheterna att samla in data om vårt samhälle och om oss invånare. Med tillräckligt kraftiga datorer är det relativt lätt att lagra, hantera och presentera också stora datamängder. Datat presenteras till exempel i medier i både tabell- och diagramform.

Exempel 1

Hur många av eleverna i din klass har något av dessa namn?

De vanligaste förnamnen bland finskspråkiga barn födda 2014

Namn	Pojkar
Juhani	1770
Johannes	1442
Mikael	1358
Olavi	1348
Onni	1047
Matias	969
Oliver	928
Elias	926
Ilmari	910
Antero	802

Namn	Flickor
Maria	1869
Sofia	1680
Emilia	1486
Olivia	974
Amanda	916
Aurora	880
Aino	877
Helmi	778
Matilda	717
Ilona	704

rubrik

rad

cell

kolumn

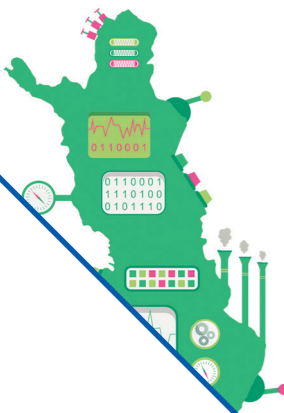
Källa: Myndigheten för digitalisering och befolkningsdata

År 2014 föddes 57 232 barn. Hur många procent av dessa fick förnamnet

- a) Juhani
b) Maria?

a) $\frac{1770}{57232} \cdot 100\% \approx 3,1\%$ Svar: 3,1 %

b) $\frac{1869}{57232} \cdot 100\% \approx 3,3\%$ Svar: 3,3 %



OPETUSHALLITUS
UTBILDNINGSTYRELSEN

1. I augusti 2015 hölls världsmästerskapen i friidrott i Peking. I tabellen ser du de fem länder som fick flest medaljer. Fyll i de tomma cellerna.

Medaljtabell för VM i friidrott 2015

Land	G	S	B	Totalt
Kenya		6		16
Jamaica		2	3	12
USA	6	6		18
Storbritannien	4		2	
Etiopien	3	3	2	8
Totalt	27	18	16	61



2. I 9A frågade man eleverna: Vilket är ditt favoritämne? Resultaten: bildkonst 5, historia 1, gymnastik 8, textilslöjd 4, huslig ekonomi 5, matematik 3, engelska 2. Gör en tabell över favoritämnena. Kom ihåg att skriva rubrik.

3. Vilket av djuren i tabellen

- a) flyger _____
b) simmar _____
c) springer snabbast? _____

Några djurs hastigheter

Djur	Hastighet (km/h)
gepard	114
segelfisk	112
hare	77
ejder	76
häst	72
tigerhaj	53
bi	22



4. Hur många

- a) kolumner _____ b) rader _____ c) celler _____
finns det i tabellen i uppgift 3?



5. Räkna med miniräknare.
a) Beräkna arean för Uleåborgs och Lapplands län tillsammans.
b) Hur många procent av hela landets areal utgjordes av Uleåborgs län och Lapplands län tillsammans? (Tips: Se uppgift 3 på s. 9.)

Länens area 1.1.2009

Område	Area km ²
Uleåborgs län	56 739
Lapplands län	92 664
Hela landet	303 899

Man slutade dela upp Finland i län 1.1.2010. I stället grundade man regionförvaltningsverk (RFV) samt närings-, trafik- och miljöcentralerna (NTM).

Källa: Statistikcentralen

Tilläggsuppgifter s. 177
Hemuppgifter s. 211

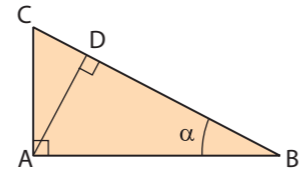
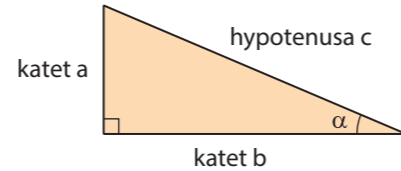
1.

Rätvinklig triangel

En **rätvinklig triangel** är en triangel där en vinkeln är rät, alltså 90° . Den längsta sidan i en rätvinklig triangel kallas för **hypotenusan** och de två kortare sidorna kallas för **kateter**. Kateterna bildar den räta vinkeln i triangeln.

Kateterna får sitt namn utgående från var de ligger i förhållande till den spetsiga vinkeln α .

- a är vinkeln α :s **motstående katet**
- b är vinkeln α :s **närliggande katet**.



Exempel 1

Bestäm

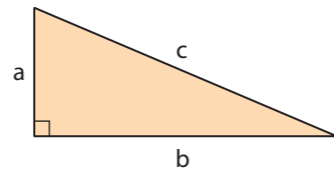
- den närliggande kateten till vinkeln α i triangeln ABC
- den motstående kateten till vinkeln α i triangeln ABD
- hypotenusan i triangeln ABD.

- Närliggande katet till vinkeln α i triangeln ABC är AB.
- Motstående katet till vinkeln α i triangeln ABD är AD.
- I triangeln ABD är AB hypotenusan.

Pythagoras sats beskriver hur sidorna i en rätvinklig triangel förhåller sig till varandra.

$$\text{katet}^2 + \text{katet}^2 = \text{hypotenusan}^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$



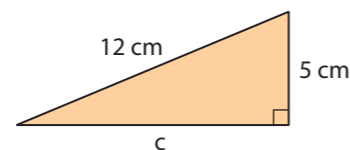
Exempel 2

Beräkna längden av hypotenusan i en rätvinklig triangel, då kateterna är 12 cm och 5 cm.

$$c^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$c = \sqrt{169} = 13$$

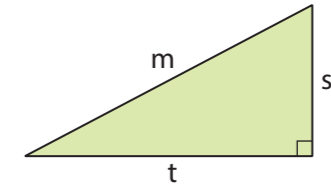
var: Hypotenusan är 13 cm lång.



E1 1. Fyll i.



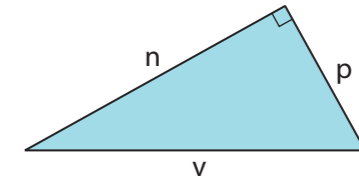
- Kateterna är sidorna ____ och ____.
- Hypotenusan är sidan ____.



E1 2. Fyll i.



- Kateterna är sidorna ____ och ____.
- Hypotenusan är sidan ____.

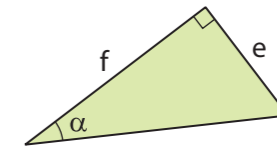
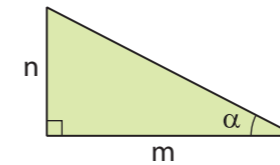


3. Vilken sida är den närliggande kateten till vinkeln α ?



a) _____

b) _____

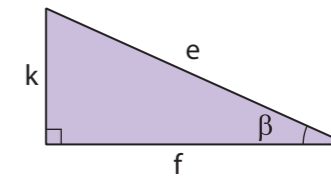


4. Namnge vinkeln β :s



a) närliggande katet ____

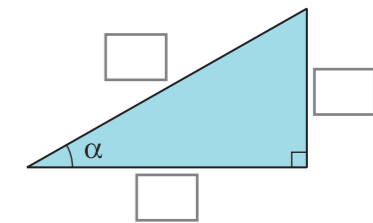
b) motstående katet. ____



5. Beteckna i bilden intill



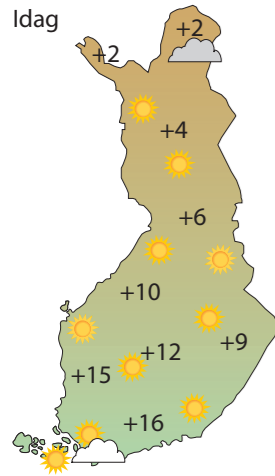
- hypotenusan med bokstaven p
- vinkeln α :s motstående katet med bokstaven m
- vinkeln α :s närliggande katet med bokstaven t.



OPETUSHALLITUS
UTBILDNINGSTYRELSEN

3.

Klassisk sannolikhetslära



Idag
Det är en väldigt liten sannolikhet för regn.

Det engelska ordet för sannolikhet är probability.

I sannolikhetsläran undersöker man matematiskt sannolikheten för slumpmässiga fenomen. Slumpmässiga fenomen är händelser som inte går att förutsäga. Då man undersöker sannolikheten är man intresserad av antalet **möjliga utfall**. Ett möjligt utfall kallas elementarhändelse. Därtill är man intresserad av antalet **gynnsamma utfall**.

Sannolikheten anges oftast i bråkform eller i procent. Det minsta värdet för en sannolikhet är noll, medan det största värdet är ett.

Sannolikheten för en händelse **A** betecknas **P(A)**.

SANNOLIKHET

Sannolikheten för händelsen A, P(A), kan anges

- som ett tal mellan 0 och 1, d.v.s. $0 \leq P(A) \leq 1$
- i procentform, mellan 0 % och 100 %.

En omöjlig händelse har sannolikheten 0.

En händelse som garanterat inträffar har sannolikheten 1, d.v.s. 100 %.

Exempel 1

Med vilken sannolikhet får man minst en femma då man kastar tärning?



Antalet möjliga utfall är sex.

Antalet gynnsamma utfall är två.

$$P(\text{minst en femma}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33 = 0,33 \cdot 100 \% = 33 \%$$

Sannolikheten kan anges som ett bråk, som ett decimaltal eller i procent.

KLASSISK SANNOLIKHET

Sannolikheten för händelsen A är kvoten av antalet gynnsamma utfall och det totala antalet utfall.

$$P(A) = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{totala antalet utfall}}$$



OPETUSHALLITUS
UTBILDNINGSTYRELSEN

1. Vilka av följande kan inte vara värden på en sannolikhet?



40 % 0,7 0,7 % 1,1 -0,5 $\frac{3}{8}$ 0,006 120 % $\frac{5}{2}$ 3 %

E1 2. I en låda finns 20 bollar som är numrerade från 1 till 20. Man tar på måfå en boll ur lådan. Hur stor är sannolikheten att man får ett udda tal?



Hur många udda tal finns det mellan 1 och 20?

$$\cdot 100 \% = \text{_____} \%$$

Hur många är bollarna totalt?

3. Venla är född på en söndag. Med hur stor sannolikhet är Venlas pojkvän Niklas också född på en söndag?



Hur många söndagar finns det i veckan?

$$\cdot 100 \% = \text{_____} \%$$

Hur många veckodagar finns det totalt?

4. Ur en kortlek med 52 kort drar man ett kort. Med hur stor sannolikhet är kortet svart?



Antalet svarta kort är _____.

Det totala antalet kort är _____.

$$\cdot 100 \% = \text{_____} \%$$

I en vanlig kortlek finns 52 kort. I kortleken finns fyra färger: hjärter, ruter, spader och klöver. De klädda korten är knekt J, dam Q och kung K.



5. Med hur stor sannolikhet är ett kort som dras ur en kortlek med 52 kort ett klätt kort?



GRUNDLÄGGANDE RÄKNEOPERATIONER

HUVUDRÄKNING

1.

◆◇◇

$3 - 4 =$		$-2 \cdot 2 =$	
$8 - 10 =$		$5 \cdot (-3) =$	
$-5 + 6 =$		$-4 \cdot (-6) =$	
$-8 + 3 =$		$-7 \cdot (-5) =$	
$-1 - 2 =$		$-6 : 2 =$	
$-4 - 5 =$		$10 : (-5) =$	
$-7 - 3 =$		$-8 : (-4) =$	
$-9 + 9 =$		$-2 \cdot (-2) \cdot (-2) =$	

HUVUDRÄKNING

2.

◆◇◇

$10 \cdot 0,7 =$		$12 : 10 =$	
$10 \cdot 0,05 =$		$45 : 10 =$	
$100 \cdot 0,04 =$		$70 : 100 =$	
$100 \cdot 0,6 =$		$8 : 100 =$	
$1\,000 \cdot 0,08 =$		$12\,500 : 1\,000 =$	
$2 \cdot 0,5 =$		$2,4 : 2 =$	
$3 \cdot 1,2 =$		$1,6 : 2 =$	
$2 \cdot 2,6 =$		$3 : 2 =$	

OPETUSHALLITUS
UTBILDNINGSTYRELSEN

ÖVNINGSTEST 1

1. Beräkna. Kom ihåg att skriva ut mellanstegen.

◆◇◇

a) $15 - 5 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $[10 - (9 - 3)] : 4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Beräkna.

◆◇◇

a) $-8 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $-5 - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $14 - 20 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $-4 \cdot (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $-7 \cdot (+3) = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $16 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

Beräkna.

3.

◆◇◇

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

4.

◆◇◇

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

5.

◆◇◇

a) $7 \cdot \frac{2}{14} = \frac{\square}{\square} = \underline{\hspace{2cm}}$