

# GEOMETRISKA TILLÄMPNINGAR



I samband med ett åskväder regnade det enligt en regnmätare 38 mm. Hur många liter vatten kom det

- a) på en kvadratmeter
- b) på ett en ar stort trädgårdsland
- c) i en tunna som stod under stuprännan då stugans bottenplan är 8 m x 6 m?

Mått och mätning, liksom även areor och volymer, är viktiga för alla som arbetar inom handel. Mätning kan gälla t.ex. vikt, en vägsträcka eller vätskevolym. Man måste behärska areor och volymer för att kunna uppskatta och beräkna materialåtgång i olika situationer: åtgång av tyg, behov av förpackningsmaterial, åtgång av konstgödsel, mängd målarfärg eller mängd betong och bräder som behövs för en byggnad.

I detta kapitel behandlas kort SI-systemets (decimalsystemets) längd-, yt-, volym-, vikt- och rymdmått. De vanligaste regelbundna planfigurernas och rymdkropparnas areor och volymer repeteras. Målsättningen är att kunna SI-systemets mått väl och behärska de vanligaste räkneoperationerna för areor och volymer.

## 12. MÄTNING

### 12.1 Mått

I decimalsystemet eller SI-systemet betyder vissa prefix samma sak i alla mått. Med prefixen bildas mindre och större enheter härledda från **grundenheten**. De vanligaste prefixen är

giga	G	$10^9$	centi	c	$10^{-2}$
mega	M	$10^6$	milli	m	$10^{-3}$
kilo	k	$10^3$	mikro	$\mu$	$10^{-6}$
			nano	n	$10^{-9}$

Känner man till mätsystemets grundenhet kan de övriga vanligaste enheterna bildas med dessa prefix.

#### Längdmått

Decimalsystemets längdmått är

millimeter	mm	en tusendel av en meter
centimeter	cm	en hundraedel av en meter
decimeter	dm	en tiondel av en meter
<b>meter</b>	<b>m</b>	<b>grundenheten för längdmått</b>
dekameter	dam	tio meter
hektometer	hm	hundra meter
kilometer	km	tusen meter

Relationstalet mellan två mått som följer på varandra är 10. I praktiken används dekameter och hektometer inte, men det är lättare att göra omvandlingar när man känner till dem. Även decimeter används sällan. Man bör kunna omvandla längdmått till andra längdmått, antingen större eller mindre. Omvandlingen sker genom att man multiplicerar eller dividerar med relationstalet mellan måtten i fråga.

**Exempel 12.1** Världsrekordet på 100 m löpning är 9,58 sekunder (Usain Bolt). Beräkna medelhastigheten i kilometer per timme.

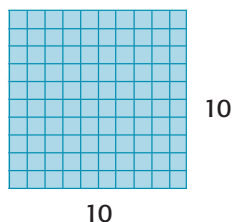
$$100 \text{ m} = 0,1 \text{ km} \qquad 9,58 \text{ s} = \frac{9,58}{3\,600} \text{ h}$$

$$\frac{100 \text{ m}}{9,58 \text{ s}} = \frac{0,1 \text{ km}}{\frac{9,58}{3\,600} \text{ h}} \approx 37,58 \text{ km/h}$$

**Ytmått**

Ytmåtten härleds från längdmåtten. Deras relationstal är 100 enligt följande:

kvadratmillimeter	$\text{mm}^2$	
kvadratcentimeter	$\text{cm}^2$	$= 100 \text{ mm}^2$
kvadratdecimeter	$\text{dm}^2$	$= 100 \text{ cm}^2$
kvadratmeter	$\text{m}^2$	$= 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$
ar	a	$= 100 \text{ m}^2$
hektar	ha	$= 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2$
kvadratkilometer	$\text{km}^2$	$= 100 \text{ ha}$

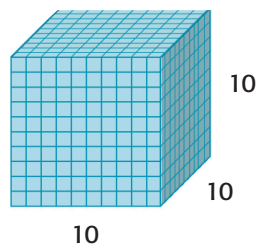


**Exempel 12.2**  $38,7 \text{ cm}^2 = 3\,870 \text{ mm}^2$        $2\,000 \text{ m}^2 = 0,2 \text{ ha}$

**Kubikmått**

Kubikmåttens relationstal är 1000 och även de härleds från längdmåtten. De vanligaste kubikmåttens är

kubikmillimeter	$\text{mm}^3$	
kubikcentimeter	$\text{cm}^3$	$= 1\,000 \text{ mm}^3$
kubikdecimeter	$\text{dm}^3$	$= 1\,000 \text{ cm}^3$
kubikmeter	$\text{m}^3$	$= 1\,000 \text{ dm}^3$



**Exempel 12.3**  $0,0429 \text{ m}^3 = 42,9 \text{ dm}^3 = 42\,900 \text{ cm}^3$

## Viktmått

Vanliga viktmått är

milligram	mg	
gram	g	= 1 000 mg
kilogram	kg	= 1 000 g
ton	t	= 1 000 kg

**Exempel 12.4**  $0,045 \text{ kg} = 45 \text{ g} = 45\,000 \text{ mg}$

## Rymdmått

Rymdmått som används är

milliliter	ml	
centiliter	cl	= 10 ml
deciliter	dl	= 10 cl
liter	l	= 10 dl = 100 cl = 1 000 ml

**Exempel 12.5**  $2 \text{ dl} = 20 \text{ cl} = 200 \text{ ml} = 0,2 \text{ l}$

Sambandet mellan kubikmått och rymdmått är

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

En liter vatten vars temperatur är  $+4\text{ }^\circ\text{C}$  väger 1 kg.

Detta ger följande motsvarigheter:

Kubikmått	Rymdmått	Viktmått
$\text{mm}^3$		mg
$\text{cm}^3$	ml	g
$\text{dm}^3$	l	kg
m		t

**Exempel 12.6**  $5 \text{ l vatten väger } 5 \text{ kg}$   
 $7 \text{ dl vatten väger } 0,7 \text{ kg} = 700 \text{ g}$   
 $12 \text{ m}^3 \text{ vatten väger } 12 \text{ t} = 12\,000 \text{ kg}$

## UPPGIFTER

12.1

Omvandla

- |   |   |
|---|---|
| a) 7,1 cm till meter                          | b) 13,9 km till meter                     |
| c) 608 mm till meter                          | d) 2 800 m <sup>2</sup> till ar           |
| e) 0,15 m <sup>2</sup> till kvadratcentimeter | f) 2,4 ha till kvadratmeter               |
| g) 0,15 m <sup>3</sup> till kubikdecimeter    | h) 45 000 dm <sup>3</sup> till kubikmeter |
| i) 125 mg till gram                           | j) 0,75 kg till milligram                 |
| k) 77 g till kilogram                         | l) 21,5 t till kilogram                   |
| m) 15 500 kg till ton                         | n) 16 580 g till ton                      |
| o) 25 ml till liter                           | p) 4 cl till liter                        |

12.2

Beräkna vikten (massan) av följande vattenmängder (+4 °C):

- a) 1,5 l   b) 12 dl   c) 4 cl   d) 200 ml   e) 3,6 dm
- <sup>3</sup>

12.3

Omvandla till rymdmått

- a) 105 dm
- <sup>3</sup>
- b) 0,3 m
- <sup>3</sup>
- c) 804 cm
- <sup>3</sup>
- d) 6 m
- <sup>3</sup>
- 12 dm
- <sup>3</sup>

12.4

Omvandla till kubikmått

- a) 81 l   b) 15 dl   c) 1,5 cl   d) 27 ml

12.5

En simbassäng fylls med 15 000 liter vatten. Hur mycket kostar vattenet då priset är 2,64 €/m<sup>3</sup>?

12.6

Ett stycke tyg väger 1 260 g och är 2 m 40 cm långt. Tyget kostar 20 €/kg. Vad är meterpriset?

12.7

Ett cykeldäcks yttre omkrets är 204 cm.

- a) Hur många gånger rullar hjulet under en färd på 25 km?  
b) Hur långt har man cyklat då hjulet har snurrat 1 234 gånger?

12.8

1 dl strösocker väger 90 g och 1 dl vetemjöl 60 g. Enligt receptet behövs det 1,2 kg vetemjöl och 250 g socker. Ange mängderna i deciliter.

12.9

När man kokar kaffe går det åt 1 dl kaffe på en liter vatten. Hur mycket vatten behövs då man använder 0,5 kg kaffe och 1 dl kaffe väger 35 g?

12.10

Stommen till en vattensäng väger 42 kg och den tomma madrassen 8,2 kg. Madrassen fylls med 800 l vatten.

- a) Beräkna den totala vikten.  
b) Vad är vikten per kvadratcentimeter då vikten antas vara jämnt fördelad över en yta på 3,2 m<sup>2</sup>?

## 12.2 Likformighet och skalor

Två figurer är **likformiga** om de har samma form fast de är olika stora. Då är **de delar som motsvarar varandra proportionella**. Likformiga figurer utnyttjas i många olika situationer.

**Exempel 12.7** På en kopieringsapparat betyder till exempel en storleksändring på 80 % att den ändrade figurens längd och bredd är 80 % av den ursprungliga figurens motsvarande mått. Beräkna hur en figurs area ändras då bilden ändras.

	Ursprunglig	Ändrad
Kvadrat	$10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$	$8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^2$
Rektangel	$10 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2$	$8 \text{ cm} \cdot 4,8 \text{ cm} = 38,4 \text{ cm}^2$
Rektangel	$a \cdot b = ab$	$0,8a \cdot 0,8b = 0,64ab$
Cirkel	$\pi \cdot r^2$	$\pi \cdot (0,8r)^2 = 0,64 \cdot \pi \cdot r^2$

Den förminskade figurens area är 64 % ( $0,8^2 \cdot 100$  %) av den ursprungliga figurens area.

Med stöd av det föregående exemplet kan man dra slutsatsen att **om förhållandet mellan likformiga figurers motsvarande delar är  $a : b$** , så är

$$\text{areornas förhållande } (a : b)^2$$

**En skala anger förhållandet mellan motsvarande delar.** Skalan på en karta eller en ritning beskriver förhållandet mellan avståndet på kartan och avståndet i verkligheten.

**Exempel 12.8** En kartas skala är 1 : 30 000. Avståndet mellan två kontroller på kartan är 3,7 cm. Beräkna hur långt avståndet är i terrängen. Skalan 1 : 30 000 betyder att 1 cm på kartan är 30 000 cm i naturen. Beteckna den efterfrågade sträckan med  $x$ . En analogi kan bildas på olika sätt, till exempel:

$$\frac{3,7}{x} = \frac{1}{30\,000}$$

$$x = 30\,000 \cdot 3,7 \text{ cm} = 111\,000 \text{ cm} = 1\,110 \text{ m} = 1,11 \text{ km}$$

## UPPGIFTER

- 12.11** En kartas skala är 1 : 40 000. Hur lång är en sträcka i verkligheten då den på kartan är 7,2 cm?
- 12.12** En ritnings skala är 1 : 200. Hur lång ska en sträcka som i verkligheten är 3,8 meter vara på ritningen?
- 12.13** Vilken är skalan på en karta då  
a) en sträcka är 4,5 km i verkligheten och 3,6 cm på kartan?  
b) en sträcka är 45 km i verkligheten och 9 cm på kartan?
- 12.14** På en karta vars skala är 1 : 5 000 000 är avståndet från Helsingfors till  
a) Lahtis 1,9 cm      b) Tammerfors 3,1 cm  
c) S:t Michel 4,2 cm      d) Uleåborg 10,7 cm.  
Beräkna avstånden i verkligheten.
- 12.15** Avståndet från Helsingfors till  
a) Joensuu är 375 km    b) Åbo är 145 km    c) Kajana är 495 km.  
Vilka är avstånden på en karta vars skala är 1 : 5 000 000?
- 12.16** Hitta på olika sätt att mäta höjden på höga byggnader eller till exempel flaggstänger. Genomför någon av dina planer.
- 12.17** Längden på en bil är 5,2 cm i en ursprunglig ritning. Bilden kopieras med en förminskningsgrad på 90 % (den kopierade bilden är 90 % av den ursprungliga bildens storlek).  
a) Hur lång är bilen på kopian?  
b) Hur många procent är den kopierade bilens yta av ytan på den ursprungliga bilden?
- 12.18** Ett A4-ark är 297 mm högt och 210 mm brett. Vilken var förminskningsgraden i procent då ett A4-ark förminskades till en sida i denna bok?
- 12.19** Bilden av en katt förstoras med kopieringsapparat till 150 % av den ursprungliga storleken.  
a) Med hur många procent ökar bildens höjd?  
b) Med hur många procent ökar bildens area?
- 12.20** Pappersarkens storlek i A-serien bestäms enligt följande: ett A0-ark är ett 1 m<sup>2</sup> stort ark som då det viks på mitten ger två A1-ark som är likformiga med det ursprungliga arket. Ett A1-ark ger på motsvarande sätt två A2-ark, ett A2-ark två A3-ark osv. Beräkna måtten på pappersarken A3 och A4.